

偏微分方程定解问题

三个基本方程: 波动方程, 热传导方程, 拉普拉斯方程. 定解条件: 初值问题, 边值问题. 求解基本方程: 一阶线性偏微分方程的特征线法, 两个自变量的二阶线性偏微分方程, 拉普拉斯方程.

分离变量法

固有值问题 - S-L定理. 固有值问题: 在(a,b)上, k(x) > 0, 且 q(x) > 0. 固有值: lambda_1 < lambda_2 < ... < lambda_n < ... 且 lim lambda_n = +infinity. 固有函数: y_n(x).

非齐次问题

非齐次问题: 特解法, 待定系数法, 变分法, 格林函数法. 格林函数法: 格林函数 G(x,y,xi,eta) 满足 Delta G = -delta(x-x0, y-y0) / (2*pi).

基本解方法

基本解方法: Lu=0型方程基本解, 边值问题的Green函数法, 求Green函数方法. Green函数法: u(M) = -delta u = -delta(M - M0) - epsilon / (2*pi) * delta G / delta n0.

数理方程

初值问题的基本解法: Lu = Lu型方程, Lu = Lu + f(t, M)型方程. 基本解问题: u(t, M) = U(t, M) * phi(M) + integral U(t-tau, M) * f(tau, M) dtau.

积分变换方法

Fourier变换: 定义, 主要性质, 傅里叶变换, 二维傅里叶变换. Laplace变换: 定义, 基本性质, 常用恒等式.

特殊函数

特殊函数: Helmholtz方程, Legendre方程, Bessel方程. Legendre方程: (1-x^2)y'' + 2xy' + lambda y = 0. Legendre函数: P_n(x) = C_n^n(x) + D_n Q_n(x).

Bessel方程

Bessel方程: x^2 y'' + xy' + (x^2 - nu^2)y = 0. Bessel函数: J_nu(x), Y_nu(x). 性质: 递推性质, 渐近性质, 零点性质.

Legendre方程

Legendre方程: ((1-x^2)y')' + lambda y = 0. Legendre函数: P_n(x), Q_n(x). 表示: 二项式展开, 积分表示, 母函数表示.

Legendre函数

Legendre函数: 奇偶性, 次数性质, 特殊函数值, 递推公式, 平方, 正交性, Gamma函数展开.

Legendre方程

Legendre方程: 伴随Legendre方程, Laplace方程. 伴随Legendre方程: y(x) = CP_n^m(x) + DQ_n^m(x). Laplace方程: 无限长柱形, 球坐标.